На рис. 3.2 дана комплексная плоскость, на которой можно изобразить комплексные числа. Комплексное число имеет действительную (вещественную) и мнимую части. По оси абсцисс комплексной плоскости откладывают действительную часть комплексного числа, а по оси ординат — мнимую часть. На оси действительных значений ставим +1, а на оси мнимых значений +j

(j=-1(под корнем).)

Из курса математики известна формула Эйлера

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha .$$

Комплексное число ejа изображают на комплексной плоскости вектором, численно равным единице и составляющим угол а с осью вещественных значений (осью +1). Угол а отсчитываем против часовой стрелки от оси +1.

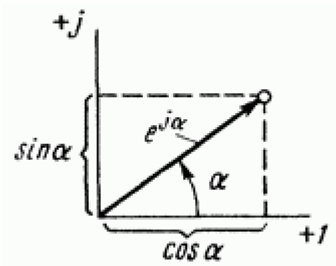

Рис. 3.2.

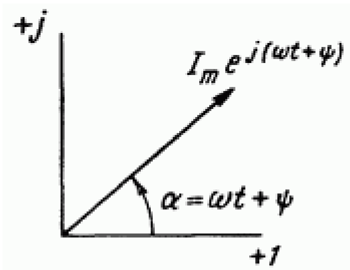

Рис. 3.3.

Модуль функции

$$|e^{j\alpha}| = \sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = 1.$$

Проекция функции $\boxed{4}$ на ось $\boxed{5}$ равна $\boxed{6}$, а на ось $\boxed{7}$ равна $\boxed{8}$. Если вместо функции $\boxed{9}$ взять функцию $\boxed{10}$ то

$$I_m e^{j\alpha} = I_m \cos\alpha + jI_m \sin\alpha.$$

На комплексной плоскости эта функция, так же как и функция $\boxed{11}$ изображается под углом a коси $\boxed{12}$ но длина вектора будет в $\boxed{13}$ раз больше.

Угол a в формуле (3.8) может быть любым. Положим, что $\boxed{14}$ т. е. угол a изменяется прямо пропорционально времени. Тогда

$$I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m \cos(\omega t + \psi) + jI_m \sin(\omega t + \psi).$$

Слагаемое $\boxed{15}$ представляет собой действительную часть $\boxed{16}$ выражения $\boxed{17}$

$$I_m \cos(\omega t + \psi) = \mathrm{Re}\, I_m e^{j(\omega t + \psi)},$$

а функция $\boxed{18}$ есть коэффициент при мнимой части $\boxed{19}$ выражения $\boxed{20}$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) = \mathrm{Im}\, I_m e^{j(\omega t + \psi)}. \quad (3.10а)$$

Таким образом, синусоидально изменяющийся ток $\boxed{21}$ и (3.10а)] можно представить как $\boxed{22}$ или, что то же самое, как проекцию вращающегося вектора $\boxed{23}$ на ось $\boxed{24}$ (рис. 3.3).

Исторически сложилось так, что в радиотехнической литературе за основу обычно принимают не синусоиду, а косинусоиду и потому пользуются формулой (3.10).

С целью единообразия принято на комплексной плоскости изображать векторы синусоидально изменяющихся во времени величин для момента времени $\boxed{25}$ При этом вектор

$$I_m e^{j(\omega t + \psi)} = I_m e^{j\psi} = \dot{I}_m,$$

где $\boxed{26}$ — комплексная величина, модуль которой равен $\boxed{27}$ — угол, под которым вектор $\boxed{28}$ проведен к оси $\boxed{29}$ на комплексной плоскости, равный начальной фазе.

Величину $\boxed{30}$ называют комплексной амплитудой тока i. Комплексная амплитуда изображает ток i на комплексной плоскости для момента времени $\boxed{31}$ Точка, поставленная над током $\boxed{32}$ или напряжением U, означает, что эта величина во времени изменяется синусоидально.

Поясним сказанное. Пусть ток $\boxed{33}$. Запишем выражение для комплексной амплитуды этого тока. В данном случае $\boxed{34}$.

Следовательно, $\boxed{35}$. Пусть комплексная амплитуда тока $\boxed{36}$.

Запишем выражение для мгновенного значения этого тока.

Для перехода от комплексной амплитуды к мгновенному значению умножим $\boxed{37}$ на $\boxed{38}$ и возьмем коэффициент при мнимой части от полученного произведения [см. формулу (3.10а)]:

$$i = \mathrm{Im}\,25e^{-j30^\circ}e^{j\omega t} = \mathrm{Im}\,25e^{j(\omega t - 30^\circ)} = 25\sin(\omega t - 30^\circ).$$

Под комплексом действующего значения тока или комплексом тока (комплексным током) $\boxed{39}$ понимают частное отделения комплексной амплитуды на

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m e^{j\psi}}{\sqrt{2}} = I e^{j\psi}.$$

Пример 29. Записать выражение комплекса действующего значения тока $\boxed{40}$

Решение. Комплекс действующего значения тока $\boxed{41}$.